

# Automates

Voir <http://caml.inria.fr/pub/docs/manual-caml-light/> pour des fonctions pratiques sur les listes.

## 1 Rappels

► **Question 1** Trouver ce que fait puis se familiariser avec les fonctions :

- `mem`
- `union`
- `intersect`
- `exists`
- `it_list`

## 2 DFA

On définit le type automate suivant :

```
type 'a automate = { initial : 'a ;  
                    transition : 'a -> char -> 'a ;  
                    finaux : 'a list };;
```

► **Question 2** Trouver un automate déterministe qui reconnaît le langage  $L = aa(a + ba)^*ba$  sur l'alphabet  $a, b$ .

► **Question 3** Écrire la fonction `reconnaitre` : `automate -> char list -> bool` qui détermine si l'automate donné reconnaît le mot fourni.

## 3 N DFA

On change maintenant le type de l'automate en :

```
type 'a automate = { initiaux : 'a list ; transition : 'a -> char -> 'a list ;  
                    finaux : 'a list };;
```

On note  $\mathcal{R}_i(u)$  le fait que le mot  $u$  soit reconnu à partir d'un état  $i$ .

► **Question 4** Utiliser la relation :

$$\mathcal{R}_i(u.v) \Leftrightarrow \exists s \mid s \in \delta(i, u) \wedge \mathcal{R}_s(v)$$
$$\mathcal{R}_i(\epsilon) \Leftrightarrow i \in \mathcal{F}$$

pour écrire une fonction qui reconnaît un mot avec un NDFA.

## Un meilleur algorithme

On définit la relation  $\mathcal{E}$  qui, à un ensemble d'états  $(i_1, \dots, i_n)$  et un mot  $u$ , donne l'ensemble des états que l'on peut obtenir en lisant le mot  $u$  depuis un des états  $(i_1, \dots, i_n)$ .

$$\mathcal{E}((i_1, \dots, i_n), u.v) = \mathcal{E}\left(\bigcup_j \delta(i_j, u), v\right)$$

$$\mathcal{E}((i_1, \dots, i_n), \epsilon) = (i_1, \dots, i_n)$$

► **Question 5 \*** Écrire une fonction qui calcule cette relation.

► **Question 6 \*** En déduire une fonction qui, en temps polynomial, reconnaît si un mot appartient au langage d'un automate non déterministe.

► **Question 7** Quelle est la complexité de cette fonction ?

## 4 Exercices

► **Question 8** Écrire une fonction qui étant donné deux automates qui reconnaissent les langage  $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ , renvoie l'automate qui reconnaît le langage  $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2 = \{u \mid u \in \mathcal{L}_1 \vee u \in \mathcal{L}_2\}$ .

► **Question 9** Écrire une fonction qui étant donné un automate qui reconnaît le langage  $\mathcal{L}$  renvoie l'automate qui reconnaît le langage  $\mathcal{L}' = \{v \mid u \text{ sous mot de } v \wedge v \in \mathcal{L}\}$



► **MP – Option Informatique**  
5ème TP Caml  
sl@jachiet.com  
<http://louis.jachiet.com/tps>  
Lundi 11 février 2012

# Automates

Un corrigé